

模糊逻辑

布尔逻辑/模糊逻辑

- **布尔逻辑**是以二值（“0”和“1”，真和假）逻辑为基础的一种逻辑运算体系，它通过一系列的“与或非”来对逻辑命题进行操作和推理。在布尔逻辑中，每个命题只能有两种状态之一：**要么为真，要么为假**。这种逻辑体系被用于设计电路、编写程序和进行逻辑推理。
- **模糊逻辑**是一种多值逻辑，与传统的布尔逻辑（只有真和假两种值）不同，它允许中间值存在，用来处理不确定性和模糊性。模糊逻辑主要用于模拟人类的模糊思维和模糊推理（人在判断环境是否“热”时，通常不会像布尔逻辑那样只能说“热”或“不热”。而是会说：“有点热”、“非常热”、“挺舒服的”等。这种描述就是模糊的，不是非黑即白。）。
- **模糊逻辑**主要应用在**控制系统**（如空调控制、洗衣机控制和汽车防滑控制系统），**决策支持**（用于处理不确定性和模糊性，帮助决策者在复杂和模糊的环境中做出更好的决策）。

隶属度

- **隶属度**是模糊逻辑中的一个核心概念，用来表示一个元素属于某个模糊集合的程度。与经典集合不同，在模糊集合中，隶属度不是简单的“属于”或“不属于”，而是一个**介于0和1之间的值**，表示元素属于集合的“模糊程度”。

数学定义：在模糊集合 A 中，元素 x 的隶属度记为 $\mu_{A(x)}$ ，其中 $\mu_A: X \rightarrow [0,1]$ 是一个映射， X 是元素的全集。隶属度值越接近1，表示元素 x 越属于模糊集合 A ；隶属度值越接近0，表示元素 x 越不属于模糊集合 A 。

模糊集合

- 域 U 中模糊集合 A 被定义为一组顺序对，每个对包含元素及其隶属度。

$$A = \{(X, \mu_A(X)), \text{其中 } X \in U \text{ 且 } \mu_A(X) \in [0, 1]\}$$

其中，

- X 是域 U 中的一个元素。

- $\mu_A(X)$ 是元素 X 对应的隶属度函数，取值范围在 $[0, 1]$ 之间。

比如：模糊集合“年轻人” $\{(18\text{岁}, 1.0), (25\text{岁}, 0.9), (35\text{岁}, 0.6), (45\text{岁}, 0.3)\}$

模糊集合“甜的水果” $\{(\text{苹果}, 0.6), (\text{葡萄}, 0.8), (\text{哈密瓜}, 0.9), (\text{柠檬}, 0.2)\}$

- 一个元素可能属于多个模糊集合

一个人年龄是 **35岁**，他可能同时满足：
模糊集合A：“年轻人，隶属度为0.6；
模糊集合B：“中年人”隶属度为0.4

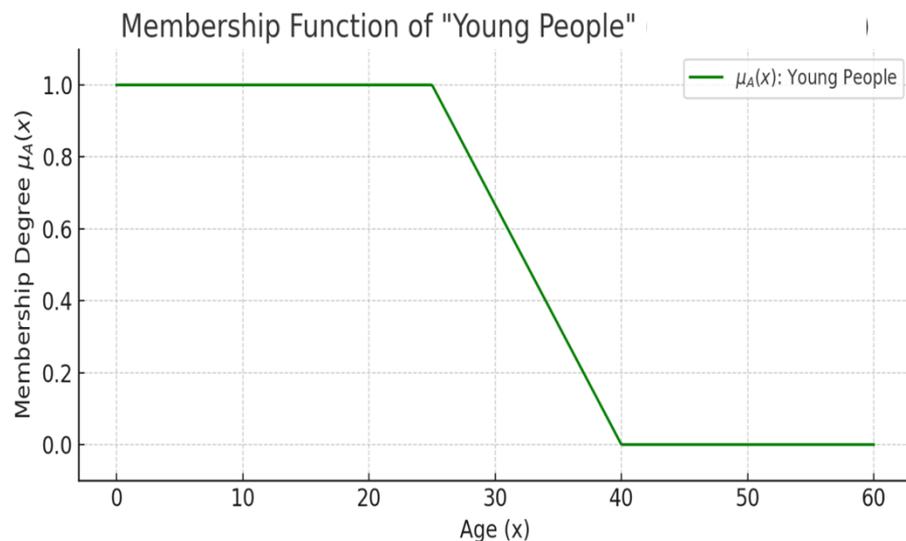
模糊隶属函数

- 在模糊集合中，**隶属函数**用于描述元素属于某个模糊集合的**隶属度**。
- 隶属函数定义了元素与其属于某模糊集合的隶属度的关系，从而将一个集中的元素映射为其对应的模糊值（隶属度值）
- 针对集合 X ，集合 X 上的隶属函数是将集合 X 映射到单位实数区间 $[0,1]$ 的函数。

例

假设我们定义一个表示“年轻人”的模糊集合 A ，其隶属度函数 $\mu_A(x)$ 定义如下：

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq 25 \\ \frac{40-x}{15}, & 25 < x \leq 40 \\ 0, & x > 40 \end{cases}$$



隶属函数的确定

隶属度函数的确立目前还没有一套成熟有效的方法，大多数确立方法还停留在经验和实验的基础上。

1. 专家经验法

根据专家的经验 and 知识，**直接构造隶属函数**。这种方法适用于具有丰富经验的领域专家，他们可以**基于经验判断隶属度的变化**。

例

假设有一位农业专家，他能够根据经验判断水果的成熟度，并根据水果的颜色来定义隶属度函数。

- 水果颜色完全绿色时，隶属度为 0（完全不成熟）。
- 水果颜色部分黄色时，隶属度线性增高（逐渐成熟）。
- 水果颜色完全红色或黄色时，隶属度为 1（完全成熟）。

隶属函数的确定

隶属度函数的确立目前还没有一套成熟有效的方法，大多数确立方法还停留在经验和实验的基础上。

2. 数据驱动法

通过对实际数据进行分析 and 建模来确定隶属函数。这种方法利用统计和机器学习技术，从数据中学习隶属函数。

例

某城市需要定义「高温天气」的模糊隶属函数，传统方法可能主观设定“30°C以上属于高温”，但数据驱动法通过实际数据建模。

比如，空调使用率就可以反应当天气温属于“高温天气”这个模糊集合的隶属度。比如当日全市空调使用率95%，则可认为当日气温属于“高温天气”这个模糊集合的隶属度为0.95。通过多个气温和空调使用率的组合数据来拟合曲线，就得到了某天温度属于「高温天气」这个模糊集合的隶属度。

隶属函数的确定

隶属度函数的确立目前还没有一套成熟有效的方法，大多数确立方法还停留在经验和实验的基础上。

3. 逻辑推理法

基于某些逻辑规则和推理来确定隶属函数。这种方法依赖理论模型，通过逻辑推导定义模糊概念的边界和过渡规律。

例

以“心脏病风险”评估为例：

1. 定义逻辑规则：

1. 若患者收缩压 ≥ 140 mmHg，则心脏病风险增加；

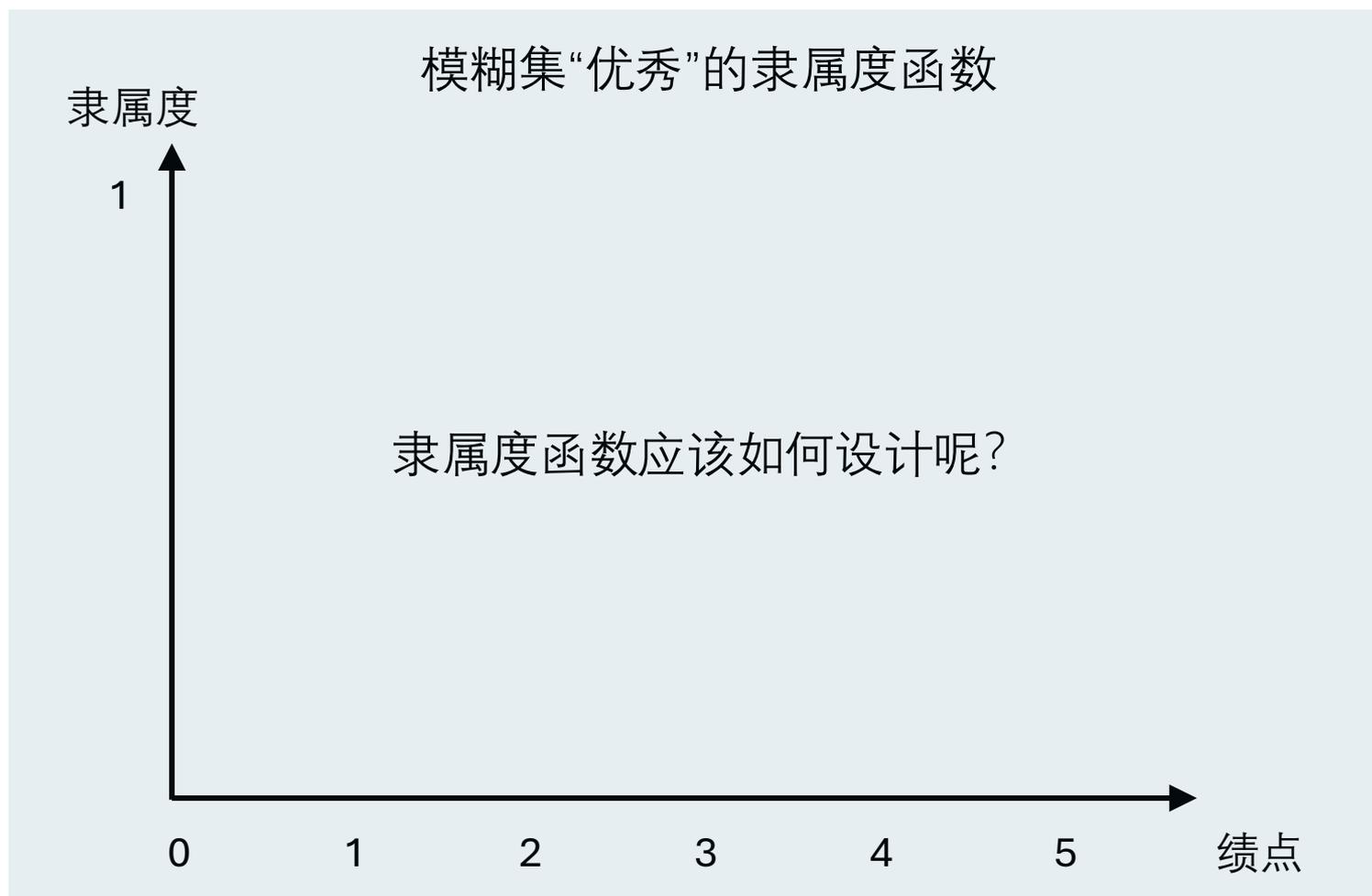
2. 构建隶属函数：

根据医学指南调整分段，避免绝对化风险：

1. 收缩压 ≤ 120 \rightarrow 隶属度0（正常范围）
2. 收缩压 $\in (120, 140)$ \rightarrow 隶属度线性增长至0.5（反映高血压前期风险）
3. 收缩压 ≥ 140 \rightarrow 隶属度继续线性上升至1（如 ≥ 160 时隶属度1）

例子

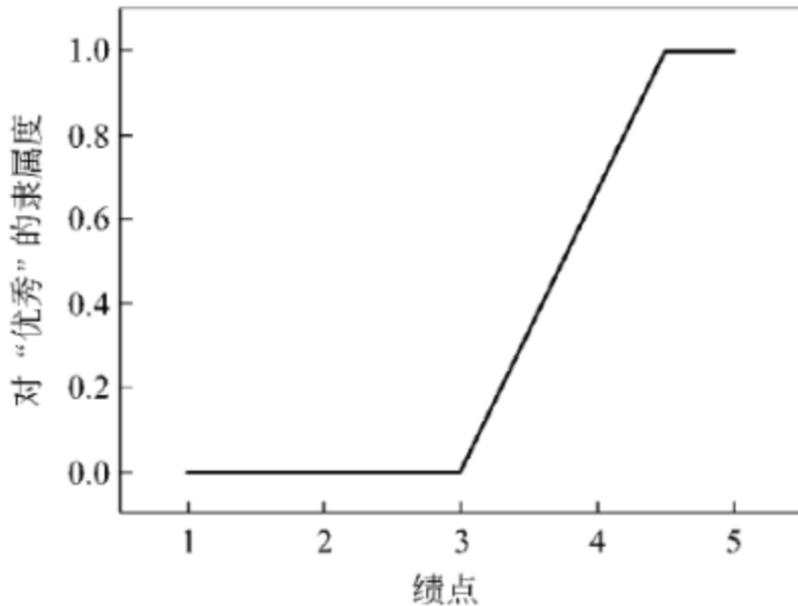
如果学生的绩点可以表示为 $[0, 5]$ 区间上的实数，请确定学生绩点为“优秀”的模糊集合的隶属度函数。



例子

如果学生的绩点可以表示为[0, 5]区间上的实数，请确定学生绩点为“优秀”的模糊集合的隶属度函数。

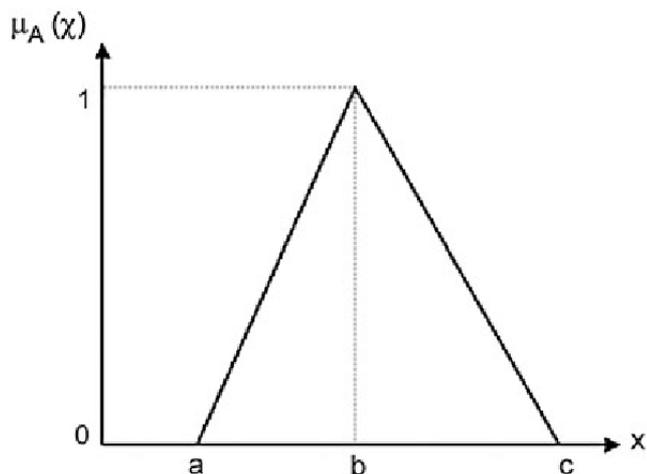
一般地，绩点为3以下属于“优秀”这个模糊集的隶属度为0，绩点在4.5以上则属于“优秀”这个模糊集的隶属度为1。在3和4.5之间，我们可以使用**线性函数**或其他适当的函数来描述隶属度的变化情况。如果使用**线性函数**：



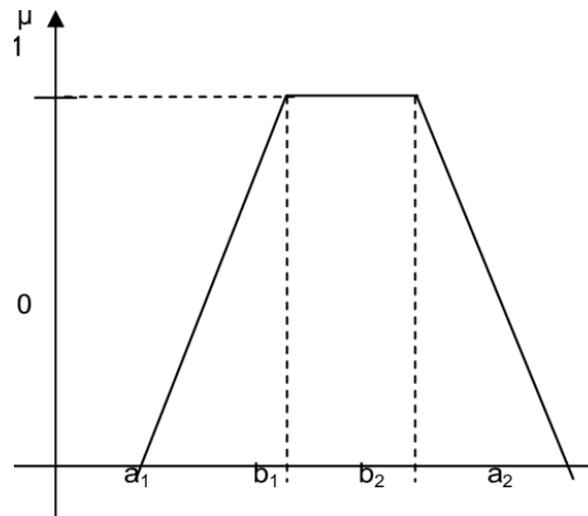
隶属度函数可以表示为：

$$\mu_{\underline{A}}(u) = \begin{cases} 0 & 0 \leq u < 3 \\ \frac{2}{3}u - 2 & 3 \leq u < 4.5 \\ 1 & 4.5 \leq u \leq 5 \end{cases}$$

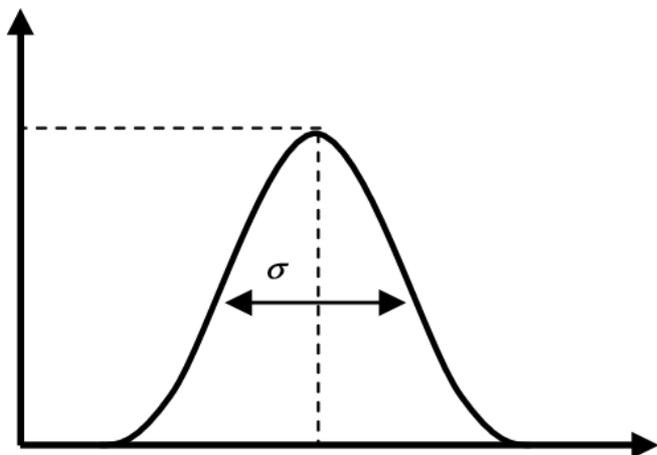
模糊隶属函数



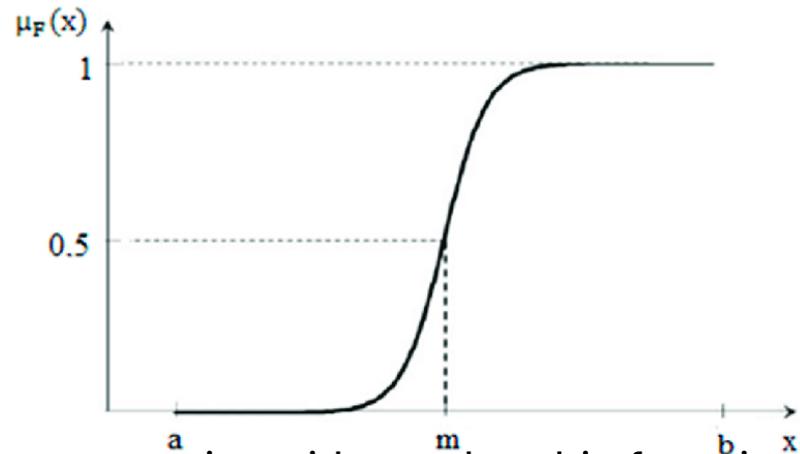
triangular membership function
(三角形隶属函数)



Trapezoidal membership function
(梯形隶属函数)

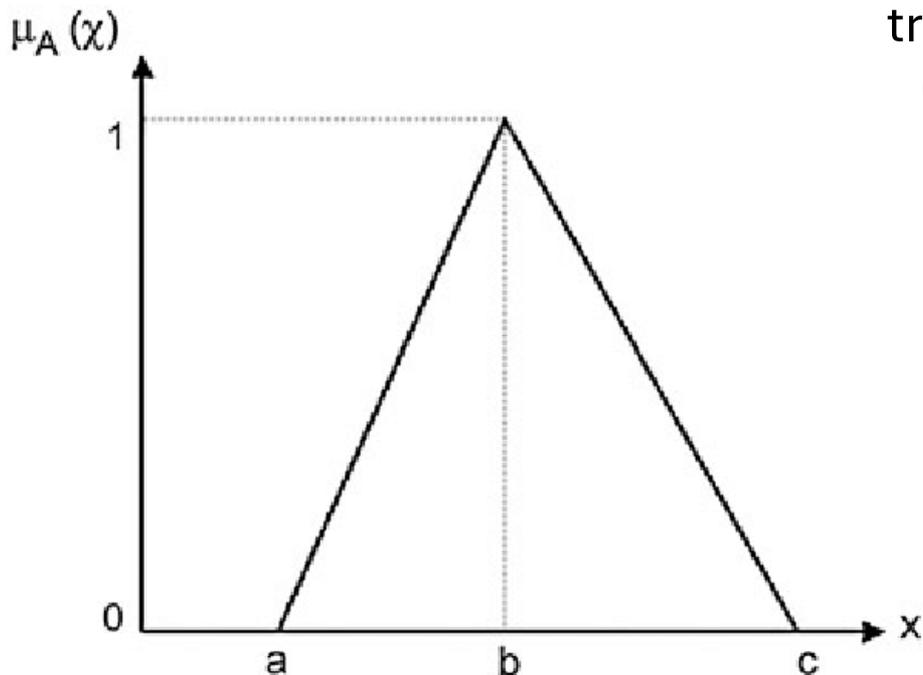


Gaussian membership function
(高斯隶属函数)



sigmoid membership function
(sigmoid隶属函数)

模糊隶属函数

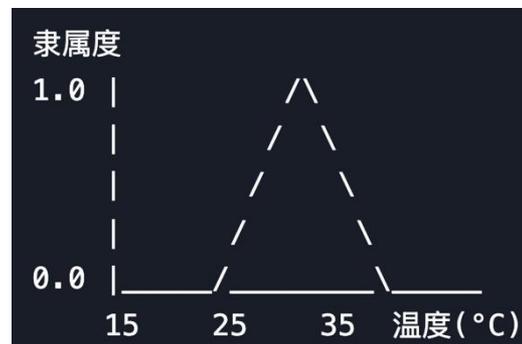


triangular membership function
(三角形隶属函数)

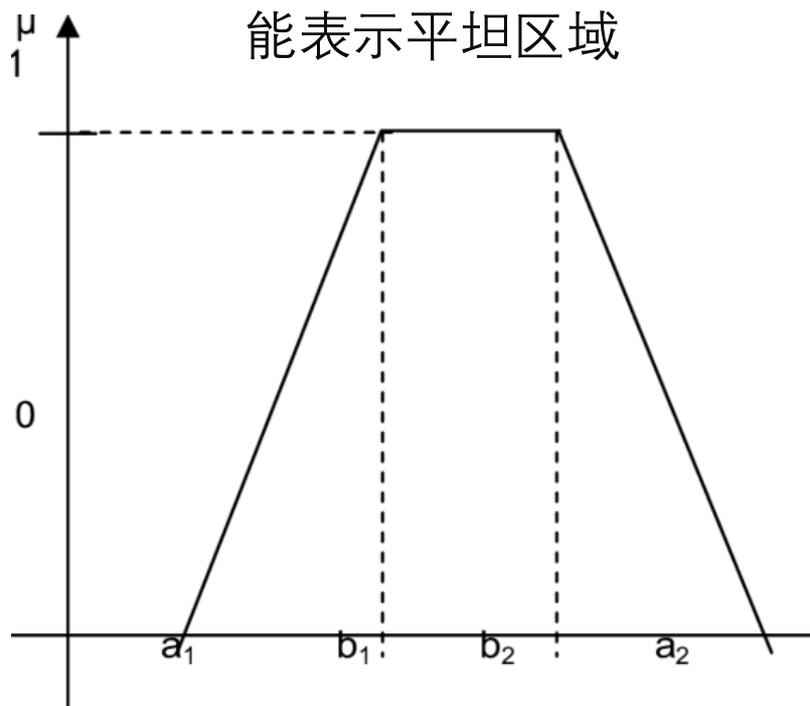
$$\begin{cases} 0 & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a} & a < x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b} & b < x \leq c \\ 0 & x \geq c \end{cases}$$

假设我们想用模糊逻辑描述“温暖”的温度范围，可以设计一个三角形隶属函数：

$$\mu_{\text{温暖}}(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x \leq 15^{\circ}\text{C} \text{ 或 } x \geq 35^{\circ}\text{C} \\ \frac{x-15}{25-15} & \text{if } 15^{\circ}\text{C} < x < 25^{\circ}\text{C} \\ \frac{35-x}{35-25} & \text{if } 25^{\circ}\text{C} \leq x < 35^{\circ}\text{C} \end{cases}$$



模糊隶属函数



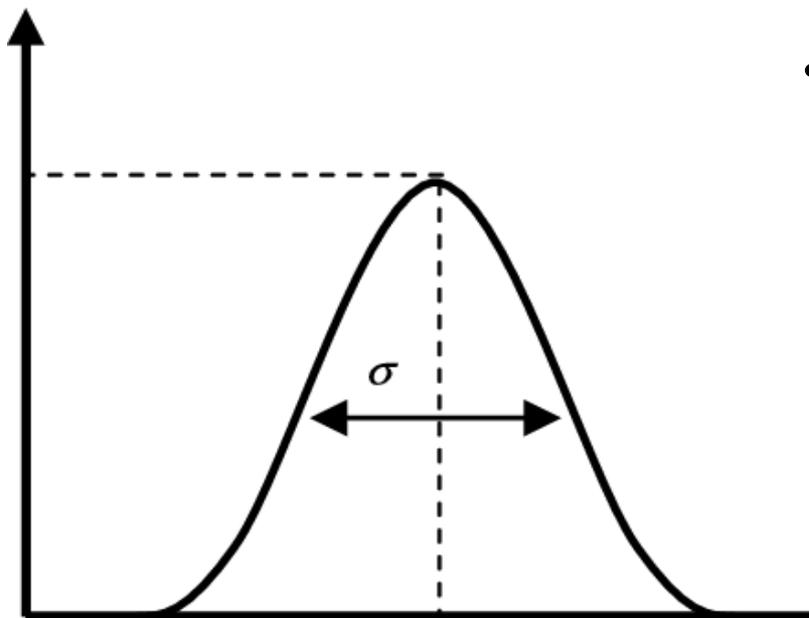
Trapezoidal membership function
(梯形隶属函数)

$$\begin{cases} 0 & x \leq a_1 \\ \frac{x-a_1}{b_1-a_1} & a_1 < x \leq b_1 \\ 1 & b_1 < x \leq b_2 \\ \frac{a_2-x}{a_2-b_2} & b_2 < x \leq a_2 \\ 0 & x \geq a_2 \end{cases}$$

定义“适宜冲泡某种奶粉温度”的模糊集合

$$\mu_{\text{高温}}(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x \leq 30^\circ\text{C} \text{ 或 } x \geq 45^\circ\text{C} \\ \frac{x-30}{35-30} & \text{if } 30^\circ\text{C} < x < 35^\circ\text{C} \\ 1 & \text{if } 35^\circ\text{C} \leq x \leq 40^\circ\text{C} \\ \frac{45-x}{45-40} & \text{if } 40^\circ\text{C} < x < 45^\circ\text{C} \end{cases}$$

模糊隶属函数



- 常用于需要平滑过渡的场景
- 改变 σ 会调整曲线的宽度，增大 σ 会使曲线变宽，减小 σ 会使曲线变窄。
- 高斯函数的优势在于其平滑性和对称性，能更贴近实际场景中隶属度的渐变特性（例如人对温度的感知并非严格线性变化）

(高斯隶属函数)

Gaussian membership function

$$\mu_A(x) = \exp\left(-\frac{(x-c)^2}{2\sigma^2}\right)$$

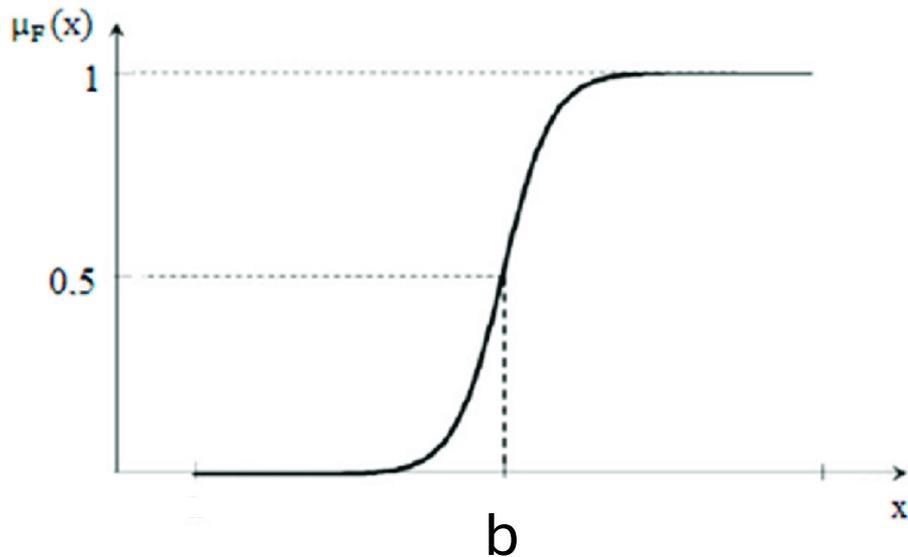
假想用高斯隶属函数描述人体感到“舒适”的温度范围，定义如下：

均值 $\mu = 25^\circ C$ ，标准差 $\sigma = 3^\circ C$

$$\mu_{\text{舒适}}(x) = e^{-\frac{(x-25)^2}{2 \times 3^2}} = e^{-\frac{(x-25)^2}{18}}$$

模糊隶属函数

sigmoid membership function
(sigmoid隶属函数)



- 适用于需要表示非线性变化的场景
- 改变 a 会调整曲线的陡峭度，增大 a 会使曲线更陡，减小 a 会使曲线更平缓。
- 改变 b 会平移曲线的位置。

$$\mu_A(x) = \frac{1}{1 + \exp(-a(x-b))}$$

a 控制曲线的陡峭度。
 b 是拐点

假设我们想用Sigmoid函数表示温度属于“高温”的隶属度

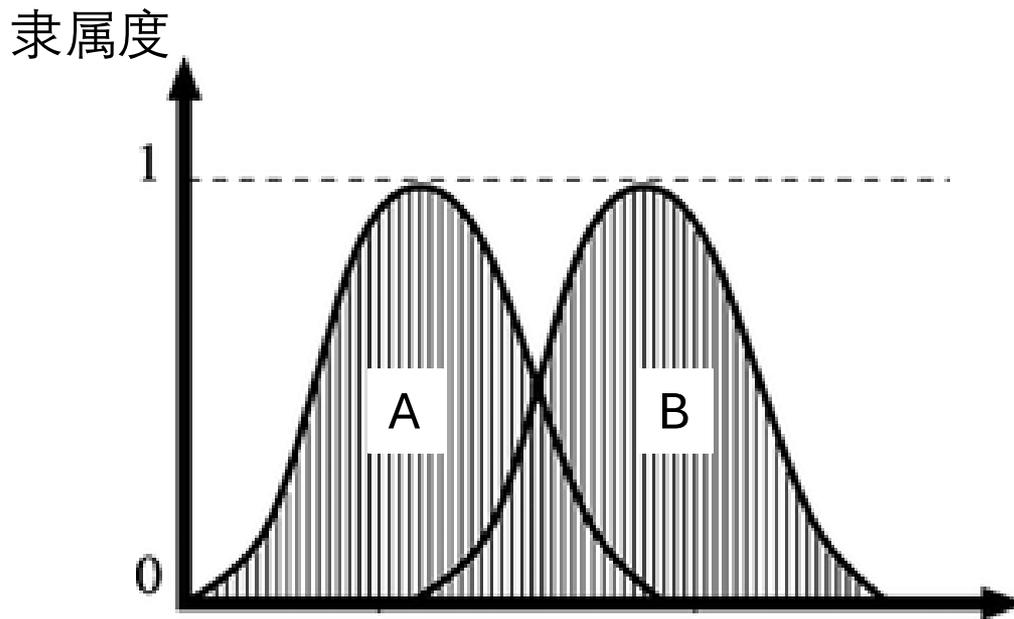
- 中心点: $x_0 = 35^\circ C$ (隶属度为0.5的温度点)
- 斜率: $k = 0.5$ (控制曲线陡峭程度, 正值表示向右增长)

$$\mu_{\text{高温}}(x) = \frac{1}{1 + e^{-k(x-x_0)}} = \frac{1}{1 + e^{-0.5(x-35)}}$$

模糊集合操作(Fuzzy set operations)

- 并集 $\mu_{A \cup B}(u) = \max\{\mu_A(u), \mu_B(u)\}$

元素 u 属于集合 $A \cup B$ 的隶属度等于元素 u 属于集合 A 的隶属度与元素 u 属于集合 B 的隶属度之间的较大值

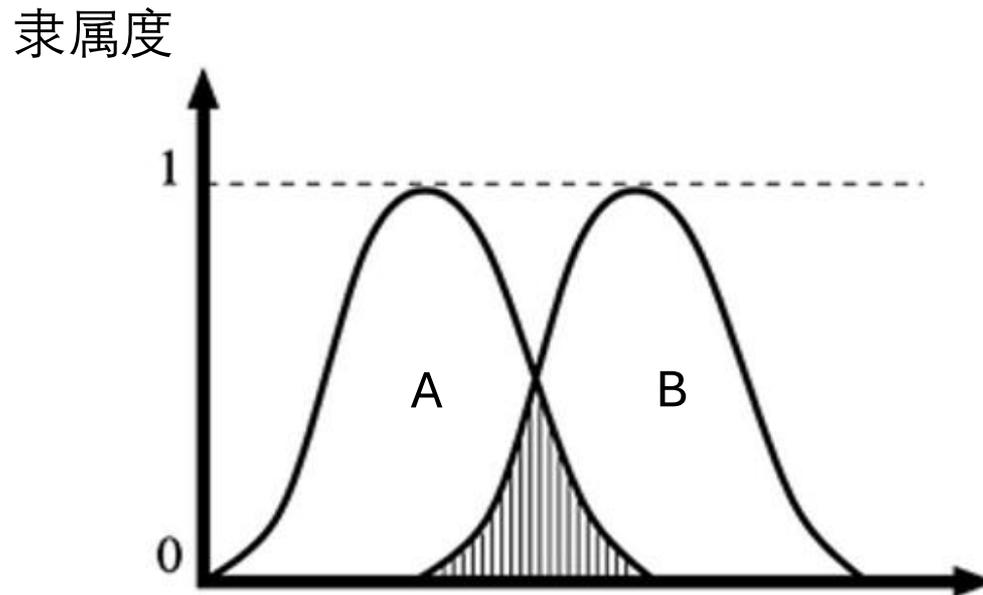


模糊集合的并集示意图

模糊集合操作(Fuzzy set operations)

- 交集 $\mu_{A \cap B}(u) = \min\{\mu_A(u), \mu_B(u)\}$

元素 u 属于集合 $A \cap B$ 的隶属度等于元素 u 属于集合 A 的隶属度与元素 u 属于集合 B 的隶属度之间的较小值



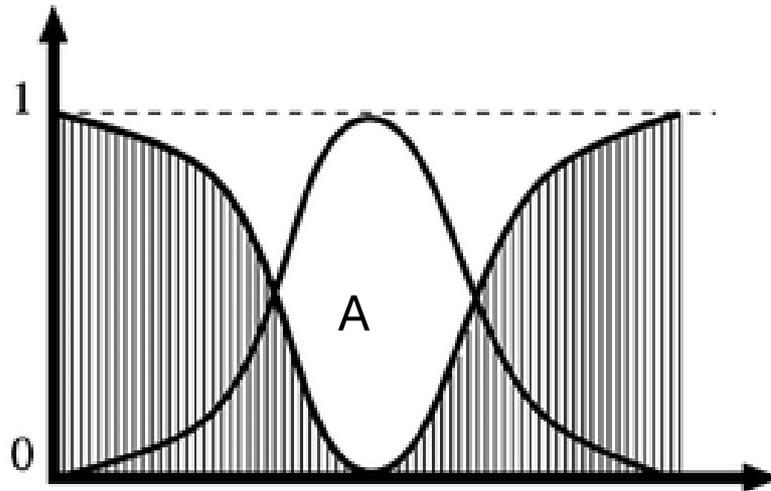
模糊集合的交集示意图

模糊集合操作(Fuzzy set operations)

- 补集 $\mu_{\neg A}(u) = 1 - \mu_A(u)$

补集就是1减去元素 u 属原模糊集合 A 的隶属度。

隶属度



模糊集合的补集示意图

模糊集合操作(Fuzzy set operations)

习题

考虑一组图书。某本书可购性的隶属函数A定义如下：

$$A=0, \quad \text{如果此书价格高于4999}$$
$$A=1-\{\text{价格}/500\}, \quad \text{否则}$$

已知每本书的价格，以及每本书属于高质量Q这个模糊集合的隶属度，试计算每本书属于模糊集合可购性A的隶属度，并找出**既经济质量又高**的书。

书籍	价格	高质量Q	可购性A	值得购买
书籍1	5000	1		
书籍2	400	0.5		
书籍3	300	0.8		
书籍4	150	0.6		
书籍5	400	0.2		
书籍6	100	0.3		

模糊集合操作(Fuzzy set operations)

习题

考虑一组图书。某本书可购性的隶属函数A定义如下：

$$A=0, \quad \text{如果此书价格高于4999}$$
$$A=1-\{\text{价格}/500\}, \quad \text{否则}$$

已知每本书的价格，以及每本书属于高质量Q（这个模糊集合的隶属度，试计算每本书属于模糊集合可购性（A）的隶属度，并找出**既经济实惠质量又高**的书。

书籍	价格	高质量Q	可购性A	值得购买
书籍1	5000	1	0	
书籍2	400	0.5	0.2	
书籍3	300	0.8	0.4	
书籍4	150	0.6	0.7	
书籍5	400	0.2	0.2	
书籍6	100	0.3	0.8	

模糊集合操作(Fuzzy set operations)

习题

考虑一组图书。某本书可购性的隶属函数A定义如下：

$$A=0, \quad \text{如果此书价格高于4999}$$
$$A=1-\{\text{价格}/500\}, \quad \text{否则}$$

已知每本书的价格，以及每本书属于高质量Q（这个模糊集合的隶属度，试计算每本书属于模糊集合可购性（A）的隶属度，并找出**既经济实惠质量又高**的书。

书籍	价格	高质量Q	可购性A	值得购买
书籍1	5000	1	0	0
书籍2	400	0.5	0.2	0.2
书籍3	300	0.8	0.4	0.4
书籍4	150	0.6	0.7	0.6
书籍5	400	0.2	0.2	0.2
书籍6	100	0.3	0.8	0.3

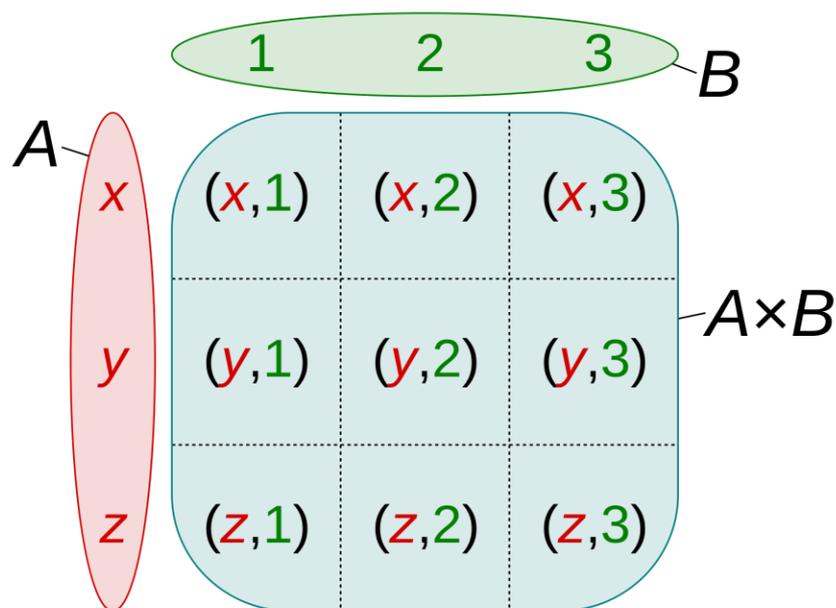
模糊集合的性质

- 模糊集合遵循可交换性，结合性，可分配性，幂等性，同一性，对合性，传递性，德摩根定律
- 模糊集合的性质来自于对模糊集合操作的定义（并，交，补）
- 试证明可交换性？

性质	定义（其中A和B都是有效的模糊集）	性质	定义（其中A和B都是有效的模糊集）
可交换性	$A \cup B = B \cup A$	同一性	$A \cup \emptyset = A$ 和 $A \cap \{\text{全集}\} = A$
	$A \cap B = B \cap A$	对合性（双重否定）	$(A')' = A$
结合性	$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$	传递性	若 $A \leq B \leq C$ 则 $A \leq C$
	$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$	德摩根定律	$(A \cup B)' = A' \cap B'$
可分配性	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$		$(A \cap B)' = A' \cup B'$
	$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$		
幂等性	$A \cup A = A$		
	$A \cap A = A$		

模糊关系

- **模糊关系**是模糊集合的扩展，用于表示元素之间的模糊关系。在模糊关系中，每对元素的关系有一个隶属度，表示两者之间关系的强弱程度。
- **隶属度矩阵**：模糊关系通常用隶属度矩阵表示，其中每个元素的值表示对应的元素对的隶属度。
- **模糊集合**通过隶属度函数表示单个元素对集合的隶属程度，而**模糊关系**通过隶属度矩阵表示元素对之间的关系强弱。



集合A到集合B中的模糊关系

模糊关系

1. 模糊关系在推荐系统中的应用

假设有三个商品：商品A、商品B和商品C。用户对这些商品的评分如下：

用户	商品A	商品B	商品C
用户1	5	4	2
用户2	4	5	3
用户3	3	2	5

通过评价数据，可以计算商品之间的评分相似度，进而得到以下模糊关系：

	商品A	商品B	商品C
商品A	1	0.9	0.3
商品B	0.9	1	0.4
商品C	0.3	0.4	1

发现商品A和商品B在评分模式高度相似，那么当下一个客户购买A时候，就可以推荐B，是因为购买商品A的用户群体通常也对商品B有较高的评价。

模糊关系

2. 模糊关系在医疗诊断中的应用

在医疗诊断中，模糊关系可以用来表示不同症状与疾病之间的关系。医生可以根据这些关系来判断患者的病情。

例子

假设有三个症状：发热、咳嗽和疲劳，以及三个疾病：流感、肺炎和疲劳综合症。我们可以用模糊关系矩阵表示症状与疾病之间的关系：

	流感	肺炎	疲劳综合症
发热	0.8	0.6	0.2
咳嗽	0.7	0.9	0.3
疲劳	0.4	0.5	0.9

在这个矩阵中， $\mu_R(\text{发热}, \text{流感})=0.8$ 表示发热与流感之间高度关联， $\mu_R(\text{发热}, \text{疲劳综合症})=0.2$ 表示发热与疲劳综合症之间的关系很小。

医生将患者的症状进行模糊化处理（如轻度发热 = 0.4，严重疲劳 = 0.9），再与症状—疾病之间的模糊关系矩阵进行运算，就能计算出每种疾病的匹配程度

模糊关系

3. 模糊关系在交通系统中的应用

- 在交通系统中，模糊关系可以用来表示不同路段之间的拥堵情况。交通管理部门可以根据这些关系来优化交通流量。

假设有三个路段：路段A、路段B和路段C。我们可以用模糊关系矩阵表示这些路段之间的拥堵情况：

	路段A	路段B	路段C
路段A	1	0.7	0.5
路段B	0.7	1	0.6
路段C	0.5	0.6	1

在这个矩阵中， $\mu_R(\text{路段A}, \text{路段B})=0.7$ 表示路段A和路段B之间的拥堵情况的关系程度为0.7。代表A发生堵塞的时候，B也有很大可能发生堵塞。交通管理部门可以将当前路段的拥堵程度作为输入，结合路段之间的模糊关系矩阵，预测其他路段的拥堵风险。

模糊关系的“交并补”

注意：两个模糊关系必须作用于相同的笛卡尔积 $X \times Y$ ，才可以做交并操作。

模糊关系的交集

模糊关系 R 和 S 的交集 $R \cap S$ 的结果是一个新的模糊关系，其关系矩阵定义为两个模糊矩阵对应位置的较小值：

$$\mu_{R \cap S}(x, y) = \min(\mu_R(x, y), \mu_S(x, y))$$

模糊关系的并集

模糊关系 R 和 S 的并集 $R \cup S$ 的结果是一个新的模糊关系，其关系矩阵定义为两个模糊矩阵对应位置的较大值：

$$\mu_{R \cup S}(x, y) = \max(\mu_R(x, y), \mu_S(x, y))$$

模糊关系的补集

模糊关系 R 的补集的结果是一个新的模糊关系，其关系矩阵定义为1-模糊矩阵中的每个位置的值：

$$\mu_{R^c}(x, y) = 1 - \mu_R(x, y)$$

*这里， μ_R 和 μ_S 分别是模糊关系矩阵 R 和 S 中的关系值

模糊关系的“交并补”

- 有3个人和3台机器

表 4-5 “通常很舒适” 关系表

C	m_1	m_2	m_3
p_1	1.0	0.4	0.7
p_2	0.3	1.0	0.6
p_3	0.7	0.6	1.0

人 (P) 使用机器 (M) 的舒适程度的模糊矩阵。比如p1使用机器m1时候，非常舒适

表 4-6 “所需软件可用性” 关系表

A	m_1	m_2	m_3
p_1	0.8	0.3	1.0
p_2	1.0	0.0	0.4
p_3	0.4	0.8	0.1

人 (P) 对机器 (M) 上的软件很熟练的的模糊矩阵。比如p3使用机器m3时候，非常不熟练。

模糊关系的操作

- 我们希望人在使用机器时，既要很舒适，也要对机器软件很熟练。
- 在这里我们需要使用**模糊关系的交集操作**。模糊关系的交集被定义为两个隶属度间的较小值。

表 4-7 同时包含“通常很舒适”和“所需软件可用性”关系表

A	m_1	m_2	m_3
p_1	0.8	0.3	0.7
p_2	0.3	0.0	0.4
p_3	0.4	0.6	0.1

人 (P) 在使用机器 (M) 时，既使用舒适，又操作熟练的模糊矩阵

因此，机器的分配 $p_1 \rightarrow m_1$, $p_2 \rightarrow m_3$, $p_3 \rightarrow m_2$

去模糊化/解模糊化

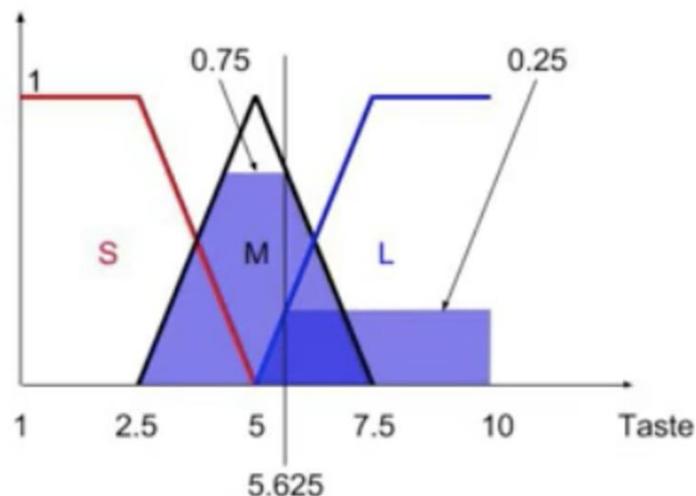
- 模糊/解模糊。通过明确定义的隶属函数，将数值转化为其对应隶属度的过程称为**模糊化**。比如，“年龄30岁”被转化为“隶属值为0.8的年轻人”。同样，通过定义好的隶属函数，将隶属度转换为其对应数值的过程称为**解模糊化**。比如属于“年轻人”这个模糊集的隶属度为0.8转化为“年龄30岁”。



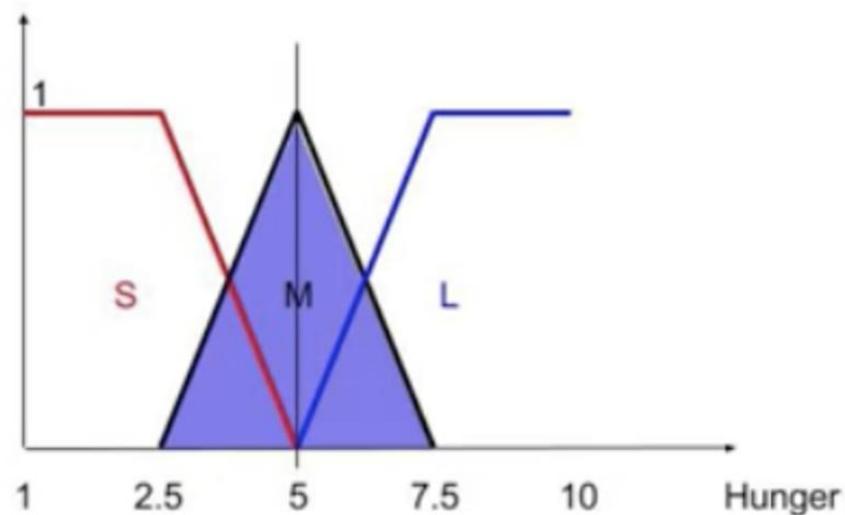
例题1

		Hunger		
		S	M	L
Taste	S	S	S	M
	M	S	M	L
	L	M	L	L

这个模糊规则表定义了一个人吃食物的多少。食物的多少由饥饿的程度 (Hunger) 和食物的味道(Taste)共同决定的，两者分别有少、中、多(S, M, L)三个模糊集合。其隶属度函数如下图所示，请根据给出的具体美味值和饥饿值来判断具体的食量



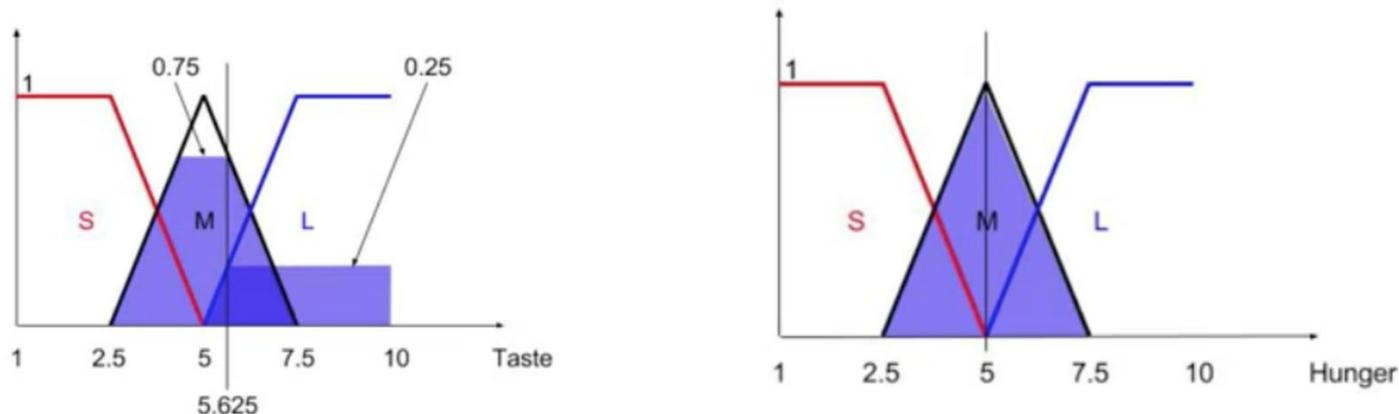
模糊集合“非常美味 (L)”，“中等美味 (M)”，“一般美味 (S)”的隶属度函数



模糊集合“非常饥饿 (L)”，“中等饥饿 (M)”，“一般饥饿 (S)”的隶属度函数

例题1

问题：当Taste=5.625, Hunger =5 时，请判断食量时多少？



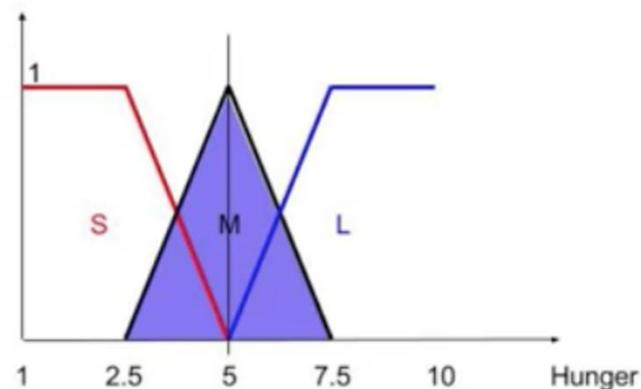
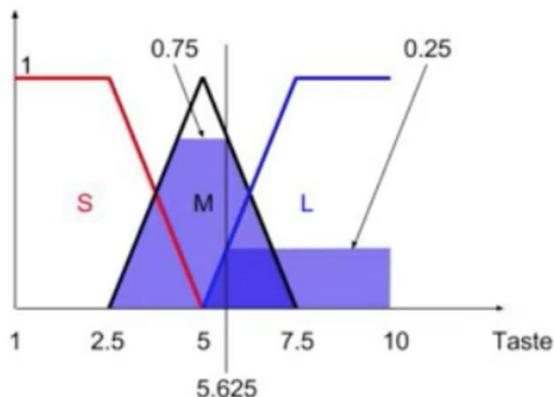
通过模糊隶属函数将输入（Taste=5.625, Hunger =5）模糊之后，Taste(S)=0, Taste(M)=0.75, Taste(L)=0.25, Hunger(S)=0, Hunger(M)=1, Hunger(L)=0

		Hunger		
		S (0)	M (1)	L (0)
Taste	S (0)	S	S	M
	M (0.75)	S	M	L
	L (0.25)	M	L	L

因为系统规则是“如果 Taste 是某种程度 **AND** Hunger 是某种程度，那么食物量是某种程度”，也就是需要“两个条件同时成立”的前提。选取隶属度的较小值更能体现“两个条件同时成立”的约束性。

例题1

问题：当Taste=5.625, Hunger =5 时，请判断食量时多少？



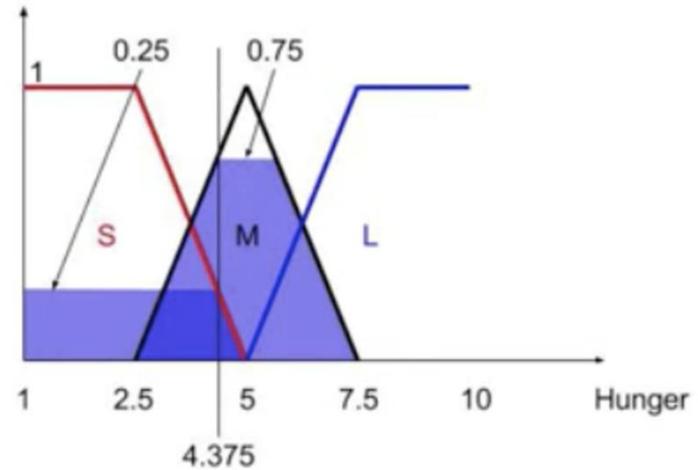
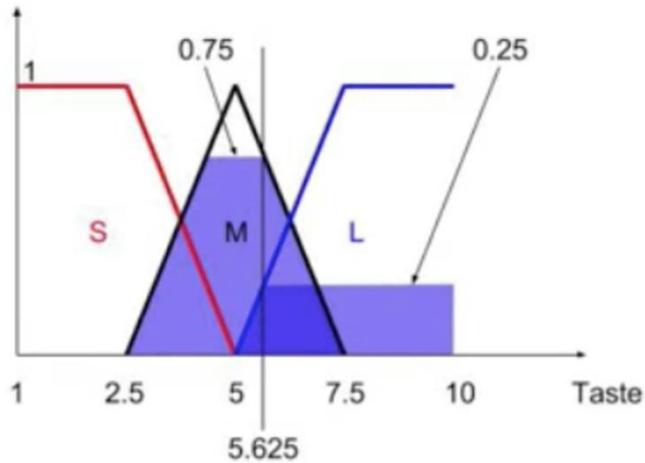
通过模糊隶属函数将输入（Taste=5.625, Hunger =5）模糊之后， $Taste(S)=0$
 $Taste(M)=0.75$, $Taste(L)=0.25$, $Hunger(S)=0$, $Hunger(M)=1$, $Hunger(L)=0$

		Hunger		
		S (0)	M (1)	L (0)
Taste	S (0)	S (0)	S (0)	M (0)
	M (0.75)	S (0)	M (0.75)	L (0)
	L (0.25)	M (0)	L (0.25)	L (0)

模糊了输入之后，输出也是模糊的，食量属于中等（M）的隶属度是0.75，食量属于大量（L）的隶属度是0.25

例题1

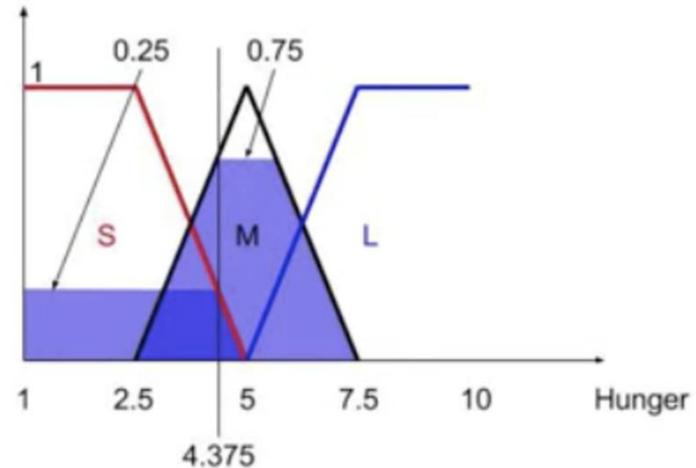
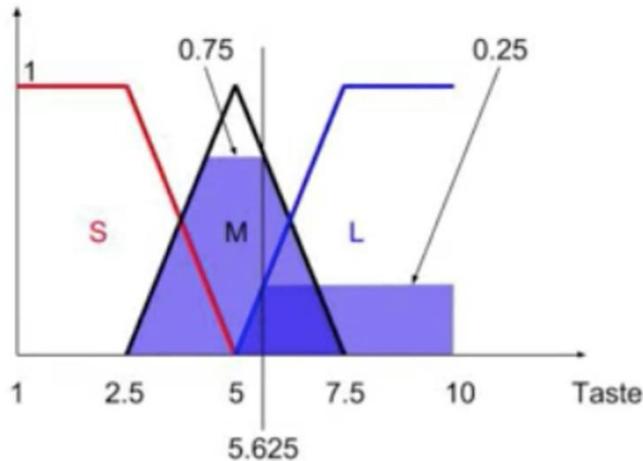
问题：当Taste=5.625, Hunger =4.375 时，请判断食量时多少？



		Hunger		
		S	M	L
Taste	S	S	S	M
	M	S	M	L
	L	M	L	L

例题1

问题：当Taste=5.625, Hunger =4.375 时，请判断食量时多少？

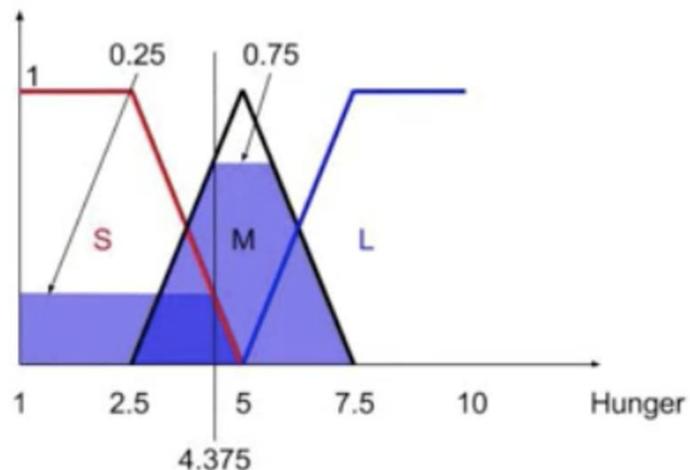
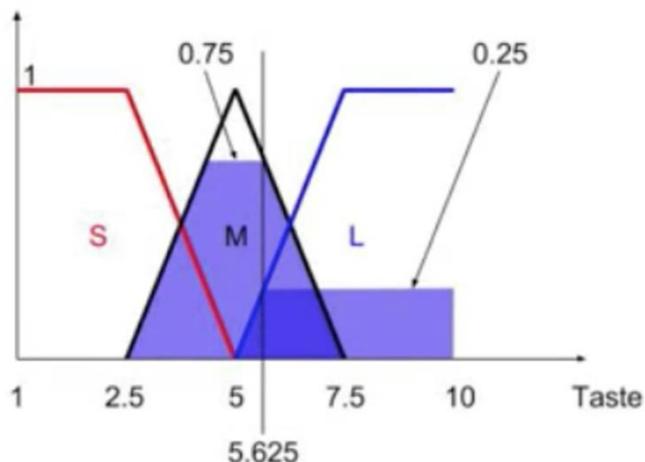


通过模糊隶属函数将输入（Taste=5.625, Hunger =4.375）模糊之后，
Taste(S)=0: Taste(M)=0.75, Taste(L)=0.25, Hunger(S)=0.25, Hunger(M)=0.75,
Hunger(L)=0

		Hunger		
		S (0.25)	M (0.75)	L (0)
Taste	S (0)	S	S	M
	M (0.75)	S	M	L
	L (0.25)	M	L	L

例题1

问题：当Taste=5.625, Hunger =4.375 时，请判断食量时多少？



通过模糊隶属函数将输入（Taste=5.625, Hunger =4.375）模糊之后， $Taste(S)=0$ ：
 $Taste(M)=0.75$ ， $Taste(L)=0.25$ ， $Hunger(S)=0.25$ ， $Hunger(M)=0.75$ ， $Hunger(L)=0$

		Hunger		
		S (0.25)	M (0.75)	L (0)
Taste	S (0)	S (0)	S (0)	M (0)
	M (0.75)	S (0.25)	M (0.75)	L (0)
	L (0.25)	M (0.25)	L (0.25)	L (0)

例题1

$$u = \frac{\sum(\text{隶属度值} \times \text{峰值})}{\sum \text{隶属度值}}$$

		Hunger		
		S (0.25)	M (0.75)	L (0)
Taste	S (0)	S (0)	S (0)	M (0)
	M (0.75)	S (0.25)	M (0.75)	L (0)
	L (0.25)	M (0.25)	L (0.25)	L (0)

输出也是模糊集合，需要**解模糊**。在这个例子中可以采用加权平均法：取每个模糊集合的峰值，并对这些峰值进行加权总和。

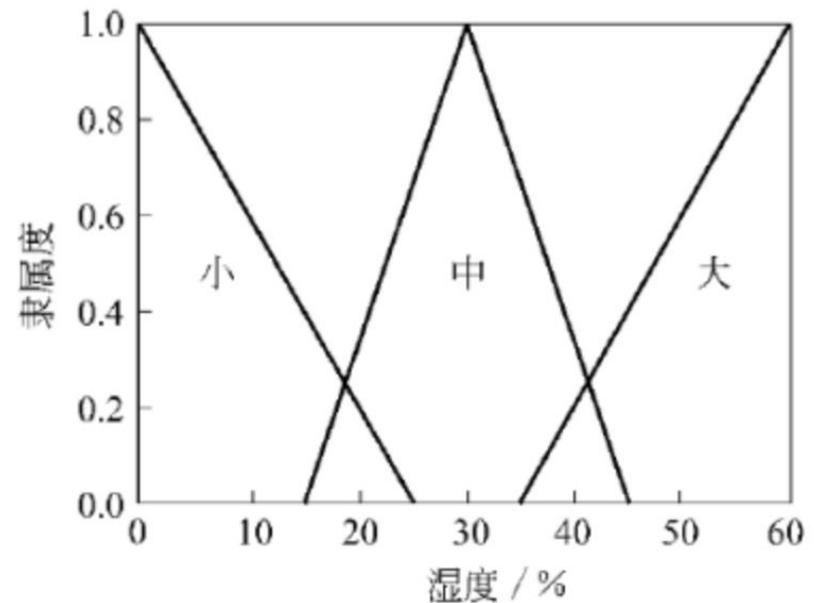
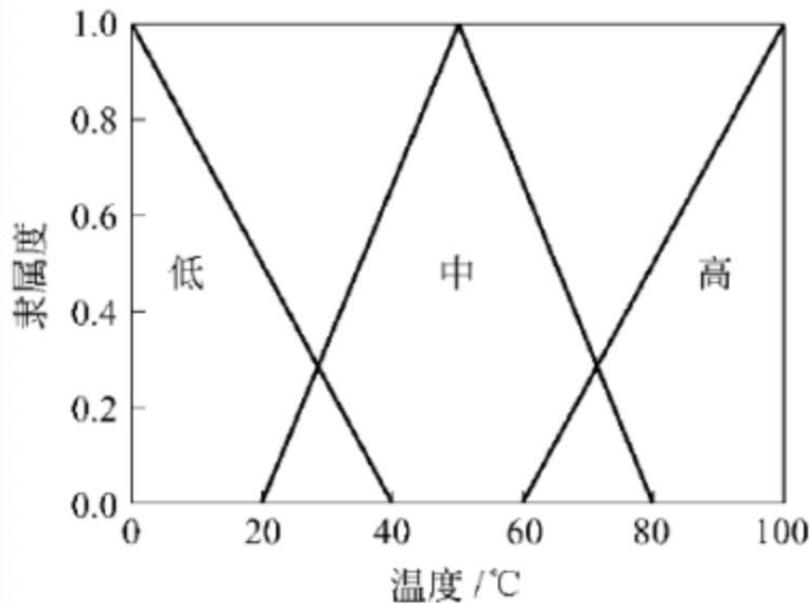
假设食物量的范围是[0,10]， S->0, M->5, L->10

$$u = \frac{0.25 \times 0 + 0.75 \times 5 + 0.25 \times 5 + 0.25 \times 10}{0.25 + 0.75 + 0.25 + 0.25} = 5$$

也就是我们需要准备程度为5的食物量（10为最大）

例题2

某自动控制系统需要根据设备内温度，设备内的湿度来决定设备的运转时间，输入变量是温度和湿度，输出为运转时间。温度的范围是 $[0, 100^{\circ}\text{C}]$ ，有3个模糊标记：低，中，高。湿度的范围是 $[0\%, 60\%]$ ，有三个模糊标记：小，中，大。运转时间的范围是 $[0\text{s}, 1000\text{s}]$ ，有三个模糊标记：短，中，长。这些模糊标记在模糊规则中被使用。输入变量和输出变量对各模糊度的隶属度函数如下图。



例题2

专家给出的控制规则如下：

		温度		
		低	中	高
湿度	小	中	长	长
	中	短	中	中
	大	长	短	中

现在假设该系统已经探知相关输入变量的取值：设备内的温度=64°C，设备内湿度=22%，试求输出运转时间。

通过模糊隶属函数可以得到温度=64°C，湿度=22%在各集合的隶属度。

模糊标记	隶属度
低	0
中	0.53
高	0.1

模糊标记	隶属度
小	0.075
中	0.467
大	0

例题2

得到输出结果对各集合（短，中，长）的隶属度

		温度		
		低 (0)	中 (0.53)	高 (0.1)
湿度	小 (0.075)	中 (0)	长 (0.075)	长 (0.075)
	中 (0.467)	短 (0)	中 (0.467)	中 (0.1)
	大 (0)	长 (0)	短 (0)	中 (0)

输出也是模糊集合，需要解模糊：

$$u = \frac{0.075 \times 1000 + 0.467 \times 500 + 0.075 \times 1000 + 0.467 \times 500}{0.075 + 0.467 + 0.075 + 0.467} = 569.2s$$